

融汇音乐与魔术的菲尔兹奖得主

对艺术的真与美的追寻，
使得曼久尔·巴尔加瓦获得了数论中一些最深奥的新发现

Erica Klarreich / 文 林亚南 于 飞 / 译



译者按：曼久尔·巴尔加瓦 (Manjul Bhargava)，1974 年出生于加拿大的印度裔数学家，从小生长在纽约。1996 年哈佛大学本科毕业，此后在解决了费马猜想的数学家安德鲁·怀尔斯 (Andrew Wiles) 指导下，于 2001 年获得普林斯顿大学博士学位，博士论文推广了二次型的经典高斯复合律。博士毕业两年后获得普林斯顿正教授职位。巴尔加瓦因为在几何数论领域引入一些强有力的新方法，计算了小秩环并界定了椭圆曲线的平均秩，于 2014 年被授予菲尔兹奖。

对于曼久尔·巴尔加瓦 (Manjul Bhargava) 来说，计数数字不只是娴静地等待在一行队列中。相反，它们在空间中跳跃——偶尔躲在一个魔方的角落里，偶尔躺在书写着梵文字母的书卷页面上，偶尔藏在从超市带回家的一堆橙子中。它们在时间中游走，踏着梵语诗歌或塔布拉鼓 (tabla) 的节奏。

巴尔加瓦的数学品味形成于他的幼年，深受音乐和诗歌的影响。他在这三个领域中寻求共同的目标，他说：“这是为了解理解我们和我们周围世界的真理。”

这个温和的有些孩子气的数学家，很容易被误认为是一个大学生。他给人的印象十分安静友好，以致人们很难相信这个 40 岁的年青人已被广泛认为是这个年纪中最顶尖的数学家之一。哈佛大学的数学家本尼迪克·格罗斯 (Benedict Gross) 在巴尔加瓦本科高年级就听说过他。格罗斯说，“巴尔加瓦非常谦虚，他从没觉得自己很了不起”。

然而，对于艺术的真与美的追寻，已经使得身为普林斯顿大学数学教授的巴尔加瓦获得了数论中一些最深奥的新发现。数论，是研究整数之间关系的数学分支。在过去的几年中，他已经取得了伟大的进展，理解了被称为椭圆曲线的方程可能的解的范围，此问题困扰了数论学家超过一个世纪。

“他的工作在上世界上是超一流的，”亚特兰大埃默里大学的肯·大野 (Ken Ono) 说：“具有划时代的意义。”

2014 年 8 月 13 日，巴尔加瓦成为当年的菲尔兹奖四位获得者之一，这个奖项被广泛认为是数学界的最高荣誉。

巴尔加瓦“生活在音乐和艺术的美妙空灵世界”，格罗斯说，“他超越了日常生活

中的桎梏。我们所有人都惊叹于他作品的美。”

巴尔加瓦“有着自己独特的，与其他人相比显得异常简单的视角”。蒙特利尔大学的数论学家安德鲁·格兰维尔（Andrew Granville）说。“他提出的想法不知从何而来。全新并改变了一切。但这一切都感觉很自然，一点也不做作，就好像他找到了正确的思考方式。”

音乐家



巴尔加瓦觉得自己玩印度传统打击乐器塔布拉和做数论研究的经验类似，大部分都是即兴的

从童年早期开始，巴尔加瓦就表现出了非凡的数学直觉。“教我更多的数学！”他总会缠着他母亲米拉·巴尔加瓦（Mira Bhargava）——一位纽约亨普斯特德（Hempstead）霍夫斯特拉大学（Hofstra University）的数学教授。当他才三岁，还是一个典型的爱吵闹的小孩时，他的母亲就发现能让他从无比兴奋的状态平静下来的最好方法就是让他做大数字的加法和乘法。

“这也是我能让他保持安静的唯一方法，”她回忆道。“他也不使用纸和铅笔，而是来回翻弄他的手指，然后告诉我正确的答案。我总是想知道他是怎么做的，但他不肯告诉我。也许对他来说这太直观而不用解释。”

巴尔加瓦所见之处皆是数学。八岁时，他对橙子产生了兴趣，在它们被榨汁前，他会将其堆成金字塔。那么，可以给出这样的金字塔中橙子数量的一般公式吗？和这个问题纠缠了好几个月后，他弄明白了：如果金字塔的侧面三角形的边长为 n ，那么金字塔中橙子的数目是 $n(n+1)(n+2)/6$ 。“对我来说这是一个激动人心的时刻，”他说。“我爱上了数学的预测能力。”

巴尔加瓦很快厌倦了学校，开始向他的妈妈询问他是否可以选择和她一起去工作。“她总是很酷，”他回忆道。巴尔加瓦探索了高校图书馆并去植物园里散步。当然，他也参加了他母亲的大学水平的数学课。在她的概率课上，如果她犯了一个错误，这个八岁的孩子会纠正他的母亲，“学生们真的很喜欢这一切，”米拉·巴尔加瓦说。

每隔几年，巴尔加瓦的母亲会带他去印度的斋浦尔（Jaipur）看望他的祖父母。他的祖父拉·巴尔加瓦（Purushottam Lal Bhargava）是拉贾斯坦邦大学（University of

Rajasthan) 梵语系主任，祖孙俩总是一起阅读古代数学和梵语诗歌文本。

使巴尔加瓦高兴的是，他发现梵语诗歌的格律是高度数学化的。他很喜欢向他的学生解释，古代的梵语诗人想出了在给定数量的节拍下可以使用长音节和短音节组合构成的不同格律数目：它就对应于被西方数学家称为斐波那契数列中的数。即使是梵文字母本身也有一个内在的数学结构，巴尔加瓦发现：前 25 个辅音形成了 5×5 的阵列，其中一维代表声源发出的身体器官而另一维调节着音调。“它的数学意义让我很兴奋，”他说。

斐波那契格律



梵语诗由持续一拍的短音节和持续两拍的长音节组合而成，那么一个给定数目的节拍到底有多少种不同的格律？当他还是个孩子时，巴尔加瓦就迷上了这个问题。例如，一个四节拍句子，可能的格律就是短-长-短，短-短-短-短，或者其它三种可能。

巴尔加瓦发现的答案被称作“Chandahsastra”，出现在两千多年前由 Pingala 写的诗歌格律的论文中。有一个简单的公式：不同格律的数目，比如说，九个节拍的所有可能格律数目是七个节拍所有可能格律数目和八个节拍所有可能格律数目之和。这是因为九节拍的格律可以这样来构造：通过对七节拍的格律增加一个长音节或者对八节拍的格律增加一个短音节。

这种规则产生了一个序列 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55……这个序列中每个数是前面两个数之和。在 11 世纪的学者阿查里雅·金月 (Acharya Hemachandra) 写了有关诗歌格律的文章后，它们也被称为金月数，或者被西方数学家称为斐波那契数。巴尔加瓦喜欢给他的学生展示这些数不仅仅出现在诗歌格律中，也出现在大自然中，例如松塔上的螺旋或菊花花瓣的数目。

在巴尔加瓦的请求下，他妈妈开始在他三岁时教他打印度塔布拉鼓——一种双面打击乐器（他也会演奏西塔琴、吉他和小提琴）。“我喜欢节奏的复杂，”他说，这与梵语诗歌的格律密切相关。巴尔加瓦最终成为一位多才多艺的演奏家，甚至向加利福尼亚的传奇人物扎卡尔·侯赛因 (Zakir Hussain) 学习过塔布拉鼓。他曾在全国各地的音乐厅表演，甚至去了纽约市的中央公园。

“他是一个了不起的音乐家，已经达到了相当高的技术水平，”普林斯顿的音乐教授丹尼尔·特鲁曼 (Daniel Trueman) 说。特鲁曼曾经和巴尔加瓦以及蒙特利尔的音乐家一起合作在互联网上演出。他说同样重要的是巴尔加瓦的热心和开放性。尽管特鲁曼并非主要研究印度音乐，“我一直非常欣赏他印度北部古典音乐的高水平知识，”特鲁曼说。

当巴尔加瓦困在一个数学问题上时，他往往会去打塔布拉鼓，反之亦然。他说：“当我再回过去时，我的头脑已经很清醒了。”

他觉得自己打塔布拉鼓和做数学研究的经验是相似的。印度古典音乐——很像数论研究——主要是即兴的。“虽然已经解决了问题，但是你也想试着去发掘其中的艺术，”他说。“这也类似于数学——你必须将一系列引导你的闪光点放在一起。”

数学、音乐和诗歌在一起的感觉就像一个非常完整的体验，巴尔加瓦说。“当我思考它们仨时，各种创造性的思想结合在了一起。”

数学家

在参加母亲的课程和前往印度期间，巴尔加瓦错过了很多学校的课程。但在那些他没去学校的时间里，他也经常在下午和他的同学见面打网球和篮球。尽管他有着非凡的智慧，“他只是一个正常的孩子，与所有的孩子为伍，”“米拉·巴尔加瓦回忆道。“他们和他待在一起很轻松。”

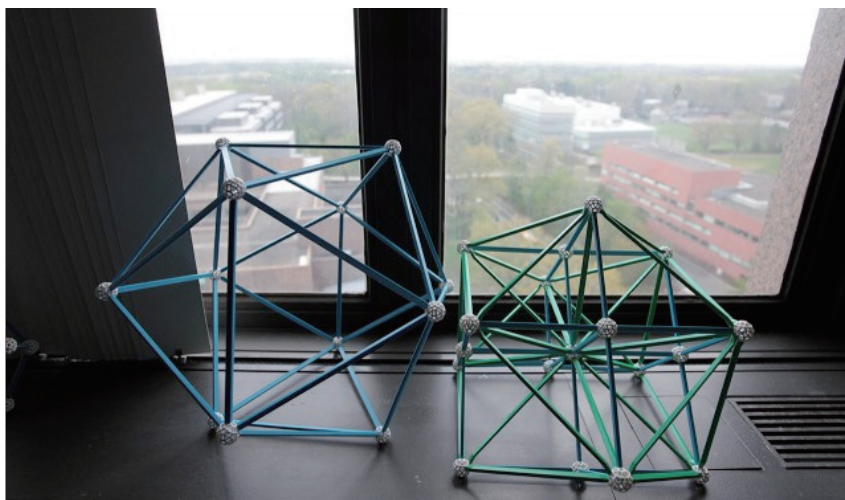
巴尔加瓦的同事、学生和音乐家经常用“甜”、“迷人”、“谦虚”、“谦卑”和“平易近人”描述他。巴尔加瓦不看重自己的数学巨星身份，以普林斯顿和印度为基地的专业锡塔琴艺人陶菲克·侯赛因·汗(Hidayat Husain Khan)曾经和他合作过，他这样描述他：“他有能力去建立极其广泛的朋友圈，并不在意他们的背景。”

唯一一次使他感到威胁的是，因巴尔加瓦的连续缺课，他的学校保健教师试图阻止他从中学毕业——即使他是毕业生代表，并已被哈佛录取。(最终他顺利毕业。)

正是在哈佛，巴尔加瓦决定全身心地投入数学。做这个决定之前，他已经考虑过许多可能的职业——音乐家、经济学家、语言学家，甚至登山者。然而最后，他意识到通常正是这些专业的数学方面让他最兴奋。

“不知为什么，我总是回到数学，”他说。

巴尔加瓦觉得最强的拉锯战是在数学和音乐之间进行的，但最后的决定是基于成为一名做音乐的数学家比成为一名做数学的音乐家更容易。“在学术界，你可以追求你的激情，”他说。



Zometools 是装饰巴尔加瓦在普林斯顿 12 楼办公室众多玩具中的一种

现在，巴尔加瓦在普林斯顿的范氏大楼(Fine Hall)的第十二楼有了一间办公室，这里丢满了数学玩具——鲁比克(Rubik)魔方、Zometools、松果和各种智力玩具。然而当他思考数学时，巴尔加瓦更喜欢从办公室逃走，在树林里徘徊。“大多数时候，