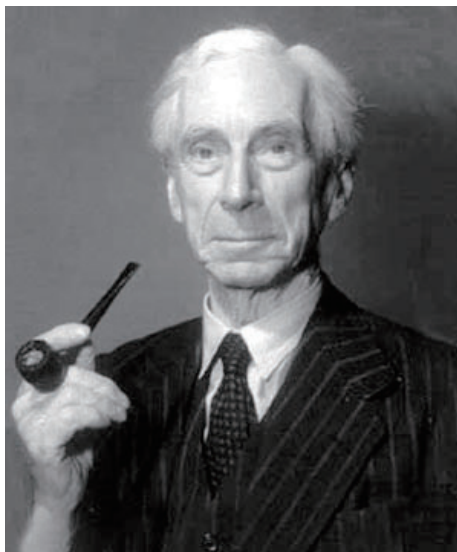


# 罗素的“大罪”——《数学原理》

卢昌海



伯特兰·罗素

擅写短诗的古希腊诗人卡利马科斯(Callimachus)曾经言道：“一部大书便是一项大罪”。<sup>1</sup>1959年，英国哲学家罗素(Bertrand Russell)在《西方的智慧》(*Wisdom of the West*)一书中引用了这句话，并“谦虚”地表示，“以罪而论，这是一部小书”(as evils go, this book is a minor one)；1982年，印度裔美国科学史学家梅拉(Jagdish Mehra)在《量子理论的历史发展》(*The Historical Development of Quantum Theory*)一书中也引述了这句话，且跟罗素一样“谦虚”，表示以罪而论，他那部也是小书。

其实，梅拉那部书是很大的，6卷9册5,000多页，恐怕是有史以来最大的科学史专著，照卡利马科斯的说

法，罪是小不了的。倒是罗素的“谦虚”还稍有些道理，因为《西方的智慧》并不是他最大的书，他有一部大得多的书叫做《数学原理》(*Principia Mathematica*)，3卷近2,000页，那才是“大罪”。不过那恐怕不是书之罪，而是书带给作者的罪——那部大书着实让作为主要作者的罗素受了“大罪”。

那“大罪”从写作之初就开始了。

罗素年轻时雄心勃勃，二十出头就立下宏愿，要写两个系列的“大书”：一个涵盖所有的科学领域；另一个涵盖所有的社会学领域。他并且畅想：一个系列将从抽象出发，逐渐向应用靠拢，另一个系列则从应用出发，逐渐向抽象靠拢，最终交融成一个巨无霸系列。罗素后来确实算得上著作等身，但年轻时的这个宏愿实在是远远超出了任何个人的能力，终其一生也未能实现，而只在某些局部领域中取得过局部成果。如果要在其中找出一个努力得最系统的，那恐怕是数学。

1897年，25岁的罗素撰写了一本关于几何的书：《论几何的基础》(*An Essay on the Foundations of Geometry*)，随后又开始构思一本有关数学基础的书：《数学的原理》(*The Principles of Mathematics*)。这本书是《数学原理》的前身，二者的中译名仅一字之差，英译名也颇为相近。仿佛在预示《数学原理》将要让罗素受“罪”，《数学的原理》一起头就不顺利，几次努力都止于片断。这一局面直到1900年8月罗素在巴黎国际哲学大会(International Congress of Philosophy)上遇见意大利数学家皮亚诺(Giuseppe Peano)才有了被他称为“智力生活转折点”(a turning point in my intellectual life)的改变<sup>2</sup>。

皮亚诺是研究数学基础的先驱人物之一，在思维方式乃至所采用的数学符号等方面都对罗素有着巨大影响。在这种影响下，《数学的原理》的写作大为“提速”。那年的最后三个月，罗素几乎以每天10页的速度推进着，年内就完成了数十万字的文稿<sup>3</sup>。在那段被他称为“智力蜜月”(intellectual honeymoon)的时期里，他不仅写作神速，而且每天都感觉到比前一天多领悟了一些东西。

但好景不长，“智力蜜月”随着新世纪的到来很快就终结了：1901年春天，罗素发现了著名的罗素悖论(Russell's paradox)<sup>4</sup>。这个以他名字命名的悖论如今已

<sup>1</sup> 这句名言的另一种译文是“大书，大恶”，希腊原文则为“μέγα βιβλίον μέγα κακόν”。

<sup>2</sup> 罗素在自传中将国际哲学大会的时间记为了1900年7月。

<sup>3</sup> 这是粗略折合成了中文字数，罗素自己的估计是约20万个“词”(word)。

<sup>4</sup> 罗素悖论是关于集合 $\{x|x\notin x\}$ 的悖论，由于这个集合是由所有不是自身元素(即 $x\notin x$ )的集合组成的集合，它本身是否是自身元素就成了悖论。



怀特海

是罗素头上的一道光环，当时却着实让人消受不起，对撰写中的《数学的原理》，乃至对整个数学基础研究都造成了冲击。罗素在剑桥大学三一学院(Trinity College)时的老师，著名哲学家怀特海(Alfred North Whitehead)在得知这一悖论后，引了勃朗宁(Robert Browning)诗歌《迷途的领袖》(*The Lost Leader*)中的一句“愉快自信的清晨永不再来”(Never glad confident morning again)作为“赠言”寄给了罗素。

罗素悖论使本已接近完成的《数学的原理》的出版推迟了两年左右，但即便如此也未能解决罗素悖论。这一点让罗素深感沮丧，在给一位朋友的信中称《数学的原理》为“一本愚蠢的书”(a foolish book)，甚至表示一想到为这样一本书花费了那么多时间就感到羞愧。不过那时候，真正的“大书”《数学原理》的撰写早已展开(1900年底左右就启动了)，彻底解决罗素悖论的任务被顺理成章地转移到了《数学原理》上。

《数学原理》的作者阵容比《数学的原理》扩大了一倍：在罗素的动员下，怀特海成为了合作者。怀特海对数学基础也有浓厚的兴趣，曾于1898年撰写过一本标题为《泛代数》(*A Treatise on Universal Algebra*)的著作，且有续写的想法。罗素自己的最初打算则是将《数学原理》写成《数学的原理》的第二卷。不过，这两位想写“续集”的作者“强强联合”的结果，是各自抛弃了“前集”，写出了一套篇幅和深度都远超“前集”的独立著作。

合作之初，罗素和怀特海对工作进展有一个很乐观的估计，认为一年左右即可完成，但罗素悖论的出现将这一估计扫进了垃圾箱，《数学原理》的实际耗时约为十年，

比当初的预计高了一个数量级。而比耗时增加更受罪的，则是罗素悖论似乎在嘲弄着罗素的直觉和智力。在很长一段时间里，罗素始终觉得罗素悖论是一个“平庸”(trivial)的问题，却偏偏绕不过，也突破不了。这种不得不把精力花在自己认为不值得的地方，且还像掉进了无底洞一样看不到尽头，无疑是很受罪的感觉。

除了遭遇像罗素悖论那样技术性的“拦路虎”外，撰写《数学原理》的十年间罗素在生活上也颇受了几桩“罪”。

第一桩跟个人兴趣有关，起因于怀特海夫人伊夫林·怀特海(Evelyn Whitehead)，而且发生得很突然。怀特海夫人年轻时经常被类似心绞痛的病痛所折磨，1901年上半年的某一天，罗素亲眼目睹了怀特海夫人遭受剧烈病痛折磨的情形。那情形对罗素产生了极深的影响，他从怀特海夫人孤立无助的痛苦中，深切意识到了每个人的灵魂都处在难以忍受的孤独之中。这一意识——用他自己的话说——让他感觉到“脚下的大地忽然抽走了”，使他在短短五分钟的时间里“变成了一个完全不同的人”，由撰写《数学原理》所需要的一味追求精确和分析“涣散”为了对人生和社会哲学也有了浓厚兴趣<sup>5</sup>。

第二桩跟家庭有关，且同样发生得很突然。据罗素自己回忆，1902年春天的一个下午，他在一条乡间小路上骑车，忽然“顿悟”到自己已不爱结婚八年的妻子了。那是一个最符合字面意义的“顿悟”，因为在那之前他甚至没有觉察到对妻子的爱有任何减弱。连减弱都没有，突然就消失了，天才人物的“顿悟”出现在不该出现的地方时，看来是有些可怕的。罗素的妻子爱丽丝·皮尔索尔·史密斯(Alys Pearsall Smith)比罗素大5岁，罗素17岁时结识了她，22岁时将“姐弟恋”修成正果，“七年之痒”时因“顿悟”而陷入困境，但在爱丽丝一度以自杀为威胁的抗争下，拖了约20年才最终离婚。

第三桩则跟合作者怀特海有关。据罗素在自传中披露(那时怀特海夫妇皆已去世，从而只能算一面之词了)，外人眼里冷静明智的怀特海其实常常陷入非理性的冲动，比如一方面对缺钱深怀恐惧，一方面又花钱无度；有时候连续多日不吭一声，有时候又嘟嘟囔囔对自己横加贬低，使怀特海夫人饱受惊吓，甚至担心他会崩溃或发疯。为了帮助怀特海一家及维持在《数学原理》上的合作，自己有时也要借钱度日的罗素小心翼翼地补贴着怀特海的家用，

<sup>5</sup> 有人——比如英国数学史学家格兰坦·吉尼斯(Ivor Grattan-Guinness)在《寻找数学的基础：1870-1940》(*The Search for Mathematical Roots, 1870-1940*)一书中——猜测罗素可能暗恋怀特海夫人。这一猜测若属实，则罗素因目睹怀特海夫人的痛苦而“变成了一个完全不同的人”或许会更容易理解些——但当然绝非必需。

且还必须瞒着怀特海，以免伤他自尊心。

个人、家庭、合作者，这几乎涵盖罗素整个世界的三大因素的共同煎熬，加上论题本身的艰巨，以及罗素悖论的“拦路”，使罗素撰写《数学原理》的过程由艰苦变为痛苦。这种痛苦在1903和1904年的夏天达到了高峰。那段日子被他称为“彻底的智力僵局”（complete intellectual deadlock）。在那段日子里，他每天早晨拿出一张白纸，除午饭外，整天就对着白纸枯坐，却往往一个字也写不出，甚至焦虑地担心自己一辈子都要对着白纸一事无成了。

那些年，罗素常到牛津附近一座跨越铁路的桥上去看火车，在情绪悲观时，看着一列列火车驶过，他有时会生出可怕的念头：也许明天干脆卧轨了结此生。不过这时候，使他悲观厌世的《数学原理》却又变成了让他活下去的动力，因为每当黎明来临，他又会重新燃起希望：活下去，“也许某一天能完成《数学原理》”。

1906年之后，《数学原理》所遇到的技术瓶颈开始被突破，写作得以加速。那时候，怀特海因教书工作的羁绊无法花足够的时间在《数学原理》上，罗素开始以每天10-12小时，每年8个月左右的时间投入写作。但烦恼并未就此远离，随着手稿数量的增多，他又陷入了近乎杞人忧天的担忧之中，害怕手稿会因房子失火而被毁。

整整十年，痛苦、焦虑、悲观、担忧终于都被熬过。1910年，《数学原理》的初稿完成。在给朋友的信中，罗素很不吉利地把当时的心情形容为：一个因照顾重病患而精疲力尽的人，看到可恶的病患终于死去时的那种如释重负的感觉。

由于篇幅浩繁，罗素将手稿装了两个箱子，雇了四轮马车运到剑桥大学出版社（Cambridge University Press）。出版社对出版这部巨著的“利润”进行了评估，得出一个很不鼓舞人心的结果：负600英镑。当然，剑桥大学出版社并非唯利是图的地方，他们愿意为这样的巨著赔上一些钱，问题是600英镑在当时实在是一个不小的数目，他们只能承担一半左右——即约300英镑。剩下的300英镑怎么办呢？在罗素与怀特海的申请下，皇家学会慷慨解囊，赞助了200英镑。但最后的100英镑实在是没办法筹措了，只能摊派到罗素和怀特海这两位作者头上，每人50英镑（相当于2006年的7,000多美元）。对于这一结

<sup>6</sup>《数学原理》共分三卷，初版时间分别为1910年、1912年和1913年。该书原本还计划包含一个有关几何的第四卷，由怀特海主笔，但未能完成。据信怀特海曾积累过数量可观的草稿，但在去世之后被依照其遗愿销毁了——同时被销毁的还有《数学原理》写作期间罗素给他的绝大多数信件。

#### \*52. THE CARDINAL NUMBER 1.

##### Summary of \*52.

In this number, we introduce the cardinal number 1, defined as the class of all unit classes. The fact that 1 so defined is a cardinal number is not relevant at present, and cannot of course be proved until "cardinal number" has been defined. For the present, therefore, 1 is to be regarded simply as the class of all unit classes, unit classes being such classes as are of the form  $t'x$  for some  $x$ .

Like  $\Lambda$  and  $V$ , 1 is ambiguous as to type: it means "all unit classes of the type in question." The symbol " $1(\alpha)$ ," where  $\alpha$  is a type, will mean "all unit classes whose sole members belong to the type  $\alpha$ " (cf. \*65). Thus e.g. " $\xi \in 1(\text{Indiv})$ " will mean " $\xi$  is a class consisting of one individual," if "Indiv" stands for the class of individuals.

The properties of 1 to be proved in the present number are what we may call *logical* as opposed to *arithmetical* properties, i.e. they are not concerned with the arithmetical operations (addition, etc.) which can be performed with 1, but with the relations of 1 to unit classes. The arithmetical properties of 1 will be considered later, in Part III.

The propositions of the present number which are most used are the following:

\*52.16.  $\vdash: \alpha \in 1. \equiv: \exists! \alpha: x, y \in \alpha. \supset x, y. x = y$

I.e.  $\alpha$  is a unit class if, and only if, it is not null, and all its members are identical.

\*52.22.  $\vdash: t'x \in 1$

\*52.4.  $\vdash: \alpha \in 1 \vee t'\Lambda. \equiv: \exists! \alpha. x, y \in \alpha. \supset x, y. x = y$

We shall define 0 as  $t'\Lambda$ . Thus the above proposition states that a class has one member or none when, and only when, all its members are identical.

\*52.41.  $\vdash: \exists! \alpha. \alpha \sim \epsilon 1. \equiv: (\exists x, y). x, y \in \alpha. x \neq y$

This proposition is obtainable from \*52.4 by transposition, i.e. by negating each side of the equivalence.

#### 《数学原理》对“1”的定义

果，罗素在自传中感慨地写道：我们用10年的工作每人赚了负50英镑。

大书出版了，大钱赔掉了<sup>6</sup>，但罗素把大书的完成比喻为重病患的死去并不恰当，书之于作者其实更像孩子之于父母，书的出版好比孩子的降生，未必是一个能让父母如释重负的时刻。事实上，罗素因这部大书而受“大罪”的历史并未就此终结。

罗素和怀特海的这部大书顾名思义，是研究数学基础的。这类研究有几个主要流派，比如以德国数学家希尔伯特为代表的形式主义（Formalism）、以荷兰数学家布劳威尔（L. E. J. Brouwer）为代表的直觉主义（Intuitionism），等等。罗素这部《数学原理》也属于一个著名流派，叫做逻辑主义（Logicism），主张数学可以约化为逻辑。《数学原理》不是逻辑主义的奠基之作，却是它的高峰。在《数学原理》中，数学大厦的一部分被从逻辑出发直接构筑了出来。罗素和怀特海对此深感自豪，在向皇家学会申请赞助的信里，特别强调了这部书的精确性（exactness）、推理的缜密性（particularity of reasoning）以及内容的完备性（completeness）。

但是，这一切并非没有代价，那代价就是推理的极度曲折和冗长。比方说，“1”这个小学数学第一课的内容在《数学原理》中直到第363页才被定义；1+1这个最简单的小学算术题直到第379页才有答案。比这种曲折和冗长更糟糕的，是《数学原理》虽然是逻辑主义的高峰，