



功业昭学界，师魂感苍穹

——怀念慈父及数学家王柔怀教授

王筱棣 王筱沈 王筱玲 王学锋



编者按：很多大学数学系的学子们，特别是上个世纪八十年代、九十年代的数学系大学生和研究生，大都有过把王柔怀与伍卓群合著的《常微分方程讲义》作为教材或参考书的经历。这本经典教科书把很多人带进了微分方程这个迷人的研究领域。而王柔怀教授本人也对中国微分方程研究以及人才培养做出了重要贡献。王教授的子女们大多子承父业，有三个孩子成为数学教授。今年是王老九十周岁诞辰，《数学文化》编委会特邀他的子女写了一篇纪念文章，让我们从人生、数学、情怀多方面了解这位数学前辈。我们也感谢北京大学张恭庆院士把他对王柔怀教授充满感情的怀念文章发表在本刊。



2014 年是我们的父亲王柔怀教授诞辰九十周年，也是他逝世十三周年。吉林大学于今年八月举办了纪念我国著名数学家和偏微分方程学术带头人之一、吉林大学常微分和偏微分方程学科奠基人和领路人王柔怀教授诞辰

九十周年的学术研讨会；美国一家数学学术刊物将推出一期纪念他的论文专辑；香港《数学文化》又向我们兄妹约稿，以向读者介绍这位德艺双馨的知名学者。谨以此文纪念我们亲爱的父亲，并把他的故事讲述给大家。

一、贫苦童年

父亲于 1924 年十月初三出生于四川省自贡市。父亲出生未及三个月，祖母猝逝。从此他与他的兄长们开始了没有母爱，居无定所，食不果腹的苦难生活。他幼时曾两次患重疾，一次白喉，一次麻疹并发肺炎，危在旦夕。多亏姑祖母寻医问药，精心护理，父亲才得以从死神手中逃脱。未及五岁，抚养他的姑祖母又溘然长逝，遂由她家的倪姓

乳母将父亲带回家去抚养。倪家家境贫寒，主要依靠男主人抬盐养家糊口，但他们还是不计报酬地收养了父亲。父亲经常跟着倪家哥哥捡拾煤渣、牛粪作烧柴。约七岁时，父亲回到老家与二伯父、三伯父和四伯父一起过活（其中四伯父患有小儿麻痹）。由于家里经常断炊，每逢春收、秋收，他就跟着两个哥哥到田里拾谷穗、豌豆、胡豆、红薯等等，聊以充饥。

二、求学之路



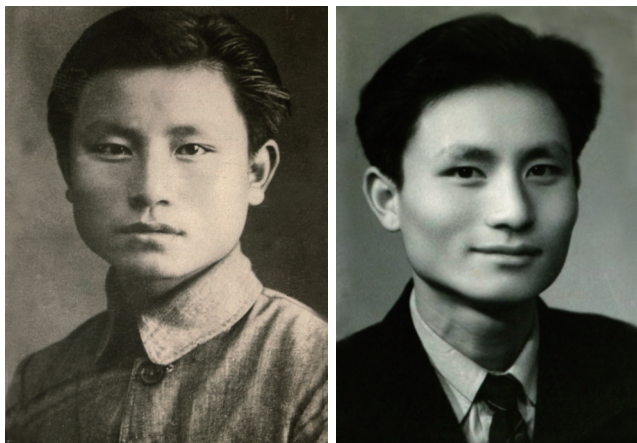
父亲的恩师——李国平院士

二伯父离家到成都后，父亲又投靠其姑母义女吴倩云大姐，才正式入自贡大山铺小学读书。1935-1936 年，父亲考入省立成都中学，读初中第五学期时，因与数学老师在解题问题上发生争论，被校方劝其退学，他继而考上成都名校树德高中。1940 年秋，抗战方殷，因二伯父不能按时领到工资接济他，父亲被迫辍学，高中只读了三学期。正是在中学阶段，由于师长和朋友的影响，他对数学产生了浓厚的兴趣，开始贪婪地潜心研读

当时所有可能找到的数学书籍，初步奠定了他日后从事数学研究的志向，并逐渐萌发了科学家之梦。此时恰逢武汉大学机械专修科在蓉招收免费生，他投考并被录取。对当时的父亲来说，大学是神圣的殿堂，藏书万卷的武汉大学图书馆令他心驰神往。武大的众多教授在国难之际，坚持“独立之精神，自由之思想”，从事一流的教学与科研，“生活清苦但气节轩昂”（父亲在自传材料中如是说），使他倾倒和仰慕。

1941 年春夏之交，父亲在茶馆偶然结识了著名数学家李国平教授。当他得知李先生是数学教授时，对之倾诉了自己热爱数学的初衷。李先生正色道：“那你多半是为了以后好找工作才不上数学系的，是吗？……年轻人应有理想，不应只着眼于生活出路。”在李先生此言的激励下，父亲于当年暑期通过再次考试，被武汉大学数学系录取。

在武汉大学数学系就读期间，父亲所在的年级，第一年有八名学生，第二年剩了



青年时期的父亲

三人，第三年起就只剩下他一人。因此，他深为一些担忧后继无人的教授们所喜爱，其中尤以李国平先生为最。李先生不但在学术上对父亲耳提面命，在生活上更是关怀备至。看到父亲没有御寒的冬衣，李先生脱下自己的棉衣披在父亲身上。李先生家里吃肉时，也总是要叫上父亲去“打牙祭”。1944年末，抗日战争处于极端艰难困苦的时刻，湘桂相

继失守，黔省又频频告急。面对山河破碎，骄虏横行，父亲虽临近大学毕业，仍慨然以天下为己任，投笔从戎。临行前，李国平先生赋诗赠别，诗曰：

投笔寻常事，班生卓不群，
临歧忻勇懦，愿尔展工勤。
铁马声初急，倭奴势已分，
捷书频好我，翘首立天云。

诗后，李先生还写道：“吾语柔怀，战后以吾家为家，来共分析数学之钻研，一言

为信，幸勿爽约。”父亲曾告诉李国平先生之子李工宝教授，当时师母为父亲缝制了两条内裤。战后，李先生确曾多方努力，欲使父亲成为他的助手，惜因故而未果。和把自己称为“贤弟”的恩师失之交臂，父亲深感痛惜！但抗战艰难岁月中的军旅生涯，再铸了父亲苦难童年即已造就的坚韧，磨练了他不畏艰难、吃苦耐劳的坚强意志。

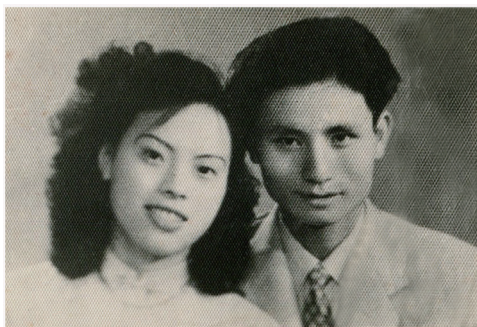
三、艰苦创业

1950年父亲应东北招聘团聘请，到东北工学院任教，并开始了基础数学研究的终生事业。在该院短期兼任数学系主任的北大资深教授申又枏先生的倡导下，父亲与同事童勤谟共同翻译了俄文名著《微分方程定性理论》(В. В. Немыцкий和В. В. Степанов著，科学出版社，1956年)。其后他又与陈诗华、童勤谟共同翻译了《泛函分析在数学物理中的应用》(С. Л. Соколов著，科学出版社，1959年)。当时中国的数学界对这两本著作还是很陌生，其中译本为我国微分方程初级阶段的发展做出了贡献，并使父亲自己萌生了从事微分方程的教学和研究的志趣。

1954年秋，父亲被借聘到东北人民大学(后改名为吉林大学)。工作不到一年，就被东北工学院召回去参加肃反运动。由于父亲常和一些同事议论国是，有时讲一些“不合时宜”的话，被打成“反动小集团”的主

要成员，受到了错误的批判。在东北人民大学学校领导的支持下，经过数学系主任王湘浩院士(那时叫学部委员)和党总支书记关连第先生的特殊努力，1956年夏，父亲正式调转到东北人民大学。随后经过关连第先生同有关部门反复研究，东北人民大学人事处重新作出结论，摘掉了强加在他头上的帽子，使父亲终于得以从险恶的政治风浪中脱身。

据伍卓群教授在“纪念王柔怀先生诞辰90周年——非线性偏微分方程国际学术研讨会”(下称“研讨会”)上回忆，父亲调入东北人民大学后，立即带领几位年轻教师学习常微分方程定性理论。他和他的年轻同事们，如伍卓群教授和李岳生教授，很快就开始在这个领域内做出一些有意义的工作。四年之后(1958年)，系里根据学科建设的需要，建议父亲在兼顾常微分方程学科的同时，把主要精力转向偏微分方程。于是，他又带



1947年7月新婚后至成都

领一批年轻教师自学和研究偏微分方程。这样，父亲先后在吉大数学系创建了常微分方程和偏微分方程两个学科。从1960年开始，父亲和他的团队在偏微分方程方向就开始做出成果。由于当时的大形势强调“理论联系实际”，他在这方面的头两篇文章是有关 Stefan 问题的数值逼近^{1,2}，目的是为了解决实际部门所提出的冻土坝问题。在基础理论研究领域，父亲在1963年至1965年分别发表了三篇有关椭圆和抛物方程的、处于国际领先水平的力作^{3,4,5}。与此同时，年轻的同事们也收获颇丰。例如，伍卓群教授在双

¹ 王柔怀，非线性热传导 Stefan 型问题线段化解法的收敛性，吉林大学自然科学学报，1960年，第2期，11-15。

² 张克伟，王承宗，余焕强，栾文贵，王柔怀，热传导方程自由边界问题 Datzeff 解法的收敛性，吉林大学自然科学学报，1960年，第2期，17-24。

³ 王柔怀，非线性椭圆方程组一般边值问题之解的解析性以及关于线性问题的某些结果，吉林大学自然科学学报，1963年，第2期，403-447。

⁴ 王柔怀，关于一般抛物边值问题的 Schauder 型理论，吉林大学自然科学学报，1964年，第2期，35-64。

⁵ Wang Rouhuai, A Fourier method on the theory of parabolic and elliptic boundary value problems, Sci. Sinica, 14 (1965), No. 5, 1373-1376.

⁶ 伍卓群，没有凸条件的一阶准线性方程的 Cauchy 问题的广义解的存在唯一性，数学学报，第13卷（1963年），515-530。

⁷ Wu Zhuoqun, The ordinary differential equations with discontinuous right members and the discontinuous solutions of the quasilinear partial differential equations, Sci. Sinica, Vol.13(1964), 1901-1917.

曲守恒律方程上也做出了重要工作，如发表了在国际上被称之为 Douglis-Wu 方法的文章^{6,7}。父亲的两位研究生张克伟和曹德芬，也分别在《吉林大学自然科学学报》文革前的最后一期发表了有关三维 Navier-Stokes 方程的 L^p 理论和非线性抛物方程的文章。

父亲去世后，我们在整理他的书稿时，发现几本油印讲义。这些讲义有讲椭圆方程先验估计的，有讲 Leray-Schauder 度理论的，有讲数学物理方程的，还有讲双曲守恒律方程的（署名伍卓群）。据伍卓群教授和王光烈教授回忆，这些是他们文革前给大学五年级学生的教材。我们非常吃惊地发现，当年，父亲他们那辈连硕士学位都没有的年轻数学家们，有如此高深的功底，写出即使按现在的标准也是颇为精深的讲义。我们很感叹当年的大学生竟然有这样的水平，能学习到如此高深的理论。

从1958年到文革前的1966年，在短短七、八年里，吉大偏微分方程团队做出了国际水平的工作，培养出了研究生，成为我国偏微分方程研究和教育领域的一支重要力量。

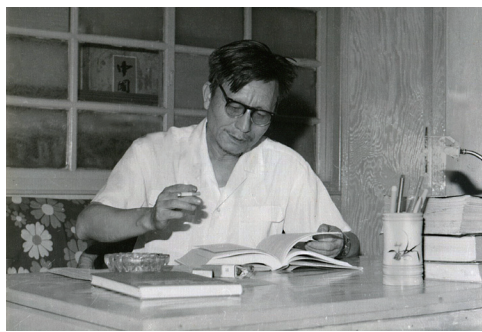
这样的成就是在生活条件极其艰苦，政治运动频繁，政治干预学术和学术信息极其闭塞的条件下取得的。当时的政治和学术条件可从下面的两个小故事中看到冰山一角。父亲曾跟我们说，他在文革前唯一用英文写的文章⁵在1965年发表后，曾有一美国数学家写信来要抽印本。按当时的规定，他去请示校方是否可以寄出，得到的回答是，这是国家机密，不能给美国人。据伍卓群教授回忆，父亲曾在中科院长春分院的图书室里好不容易地找到一本 Calderon 关于奇异积分算子和双曲方程的名著，父亲建议伍卓群教授将此书翻译成中文。原书是用西班牙文写的，但当时又找不到西汉字典，伍教授只好先用西法字典，再用法汉字典完成了《奇异积分算子及其在双曲方程上的应用》（上海科技出版社，1964）的翻译工作，给当时的国内偏微分和调和函数界学者和学生带来了极其稀缺的学术资料。在这样的条件下和环境里，吉大偏微分方程团队取得成绩只能靠自己的艰苦奋斗。据王光烈教授回忆，偏微分方程讨论班都是安排在晚上，经常持续

到后半夜，回宿舍还要叫看门老大爷开门。筱棣记得，他小的时候，父亲经常晚上在书房里跟同事和学生讨论问题，直到深夜。

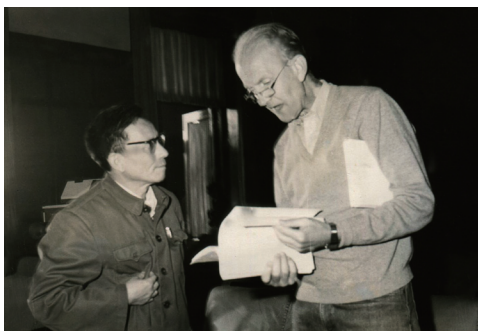
在“研讨会”上伍卓群教授评论道：“在王湘浩系主任的领导下，经过全系教师的努

力，特别是包括王柔怀老师在内的几位主力教师的努力，数学系发展很快，在教学和科研方面出现了一个欣欣向荣的局面。历史表明，王柔怀老师是吉林大学数学系功劳卓著的建系元勋之一。”

四、学术成就和遗憾



1982年8月于家中



1982年9月DD3期间，L. Hörmander教授把其著作《线性偏微分算子分析》的初稿交给父亲

父亲是智者。他知识广博，兴趣广泛，眼光敏锐，在做研究工作时喜欢选择具有核心价值的课题。

张恭庆院士在“研讨会”上指出，椭圆方程是偏微分方程研究中最重要的一支，而王柔怀先生可以说是我国椭圆偏微分方程的开拓者，在这个领域他是我国第一位发表非常重要和深刻结果的人，而这些成绩又是在极其艰苦的条件下取得的，令人非常敬佩！

著名的 Hilbert 第十九问题，问解析椭圆方程的解是否解析。Morrey 在其 1958 年发表的论文 (Amer. J. Math., 80 卷, 1958) 中证明了解析强椭圆方程组的 Dirichlet 问题之解到边界的解析部分的解析性。1963 年，父亲在《非线性椭圆方程组一般边值问题之解的解析性以及关于线性问题的某些结果》³ 一文中，成功地将 Morrey 的上述研究成果推广到了更一般的、只满足 Lopatinski 边界条件的椭圆边值问题。Morrey 本人是在其 1966 年出版的专著 (斯普林格出版社, 1966) 中才论述并证明了形式上略为一般、但实质上相同的推广。在这本书里，Morrey 用到了 Agmon, Douglis 以及 Nirenberg 在

1964 年才发表的有关椭圆组的文章 (Comm. Pure Appl. Math., 17 卷, 1964) 中的方法。而父亲在 1963 年当然无法借鉴此方法，他靠的是巧妙使用他和张功安合作建立的方法⁸ 来克服构造 Poisson 核的困难。

在椭圆及抛物方程研究里的另一核心问题是 Schauder 型估计和 L^p 估计。1964 年，父亲在世界上首先建立了抛物方程组的一般协调边值问题的 Schauder 型估计⁴；这个结果当然涵盖了椭圆方程组的一般协调边值问题。1965 年，他还利用 Mihlin-Hörmander 关于傅里叶乘子的有界性及 Hilbert-Hardy 不等式，巧妙地对一般抛物和椭圆边值问题建立了 L^p 估计的理论⁵。

在父亲这两篇力作之前，Agmon, Douglis 和 Nirenberg 在 1959 年发表了关于单个椭圆方程的 Schauder/ L^p 估计的开

⁸ 王柔怀，张功安，常系数无低阶项椭圆方程式与组的基本解和半空间一般模型边值问题的 Poisson 核之一作法，吉林大学自然科学学报，1962 年，第 1 期，39-59。



1986 年在美国参加世界数学家大会（左起王柔怀、吴文俊、程民德、谷超豪、齐民友、张恭庆）

创性文章 (Comm. Pure Appl. Math., 12 卷, 1959); 这三位作者后来所做的关于椭圆方程组的 Schauder/ L^p 估计 (Comm. Pure Appl. Math., 17 卷, 1964) 跟父亲的文章⁴ 是同年发表的, 所以父亲没有机会借鉴来自他们的关于椭圆方程组的技术。另一方面, Solonnikov 到 1965 年才发表了抛物方程组的一般协调边值问题的 Schauder 和 L^p 估计 (Trudy Mat. Inst. Steklov, 83 卷, 1965)。因此可以说, 父亲在 L^p 估计文章⁵ 中用的傅里叶方法是开创性的, 比前述的三篇他人的文章以及他自己以前的文章⁴ 中用位势理论来做估计简洁得多。

应该指出, 这个傅里叶方法有巨大的潜能, 可以有两个发展方向, 但由于十年之久的“文化大革命”和之前的“四清运动”的干扰, 错过了最佳时机, 使得父亲和他领导的吉大团队在学术上蒙受了无法估量的损失。

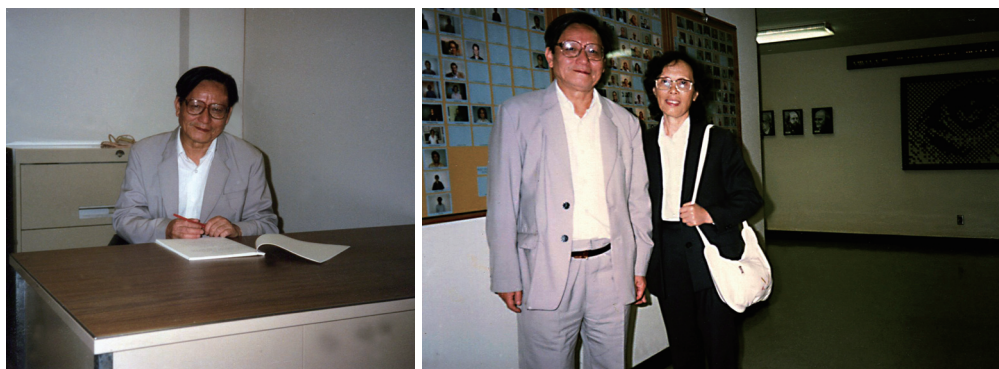
⁹ 郭俊玲, 《北大名师》, 北京: 北京大学出版社, 2010 年 9 月。

¹⁰ Wang Rouhuai, An approach via Fourier multipliers and Littlewood-Paley spectral decomposition techniques to Schauder theory about general elliptic and parabolic BVPs, SFB72 Lecture Notes Series, Institute of Appl. Math. of Bonn Univ., No. 1982-1983, 21.

¹¹ Wang Rouhuai, A direct Fourier method approach to the Schauder and Agmon-Douglis-Nirenberg theory for elliptic and parabolic BVPs, Lecture Notes, 1988, printed in 《王柔怀论文集》, 301-309.

一个发展方向是伪微分算子理论: 在 1964 年, 那时还是北大年轻教师的张恭庆院士与父亲有过深入的讨论, 并见证父亲完成文章⁵ 的历史。据《张恭庆: 风檐展书一生读, 古道颜色数学梦》⁹ 一文介绍, “他们讨论的思路已经非常接近于” 当时还没有诞生的伪微分算子理论了。但由于“四清运动”的阻碍, 他们“没有条件也没有时间继续他们的探索”。而在 1965 年 J. Kohn 和 L. Nirenberg 就发表了关于伪微分算子理论的第一篇文章 (Comm. Pure Appl. Math., 18 卷, 1965), 这个理论迅速成为一个研究热点。这时, 父亲和张院士“只能站在火热研究的门外, 眼睁睁地看着, 不能有所作为, 他们内心的遗憾真是无以言表”。

文章⁵ 中所用的傅里叶方法的另一个发展方向是用于做 Schauder 型估计。1982 年冬, 父亲访问西德、法国和瑞典时, 向国外同行报告了这一成果, 反应极为热烈。父亲在德国波恩大学应用数学研究所 S. Hildebrandt 教授主持的讨论班上报告了关于用傅里叶法做 Schauder 估计的研究成果¹⁰。1988 年春夏之交, 父亲在美国加州大学伯克利数学科学所、加州大学洛杉矶分校, 马萨诸塞州立大学和威斯康辛大学, 也报告了他钟爱的 L^p 和 Schauder 估计方法, 后来在吉林大学数学所讨论班上, 他又做了更加详细的系列报告¹¹。这些本该在文章⁵ 之后马上能做的结果, 被政治运动延误了十几年, 错过了 60 年代线性椭圆 / 抛物方程的正则



1988年3月25日加州大学洛杉矶分校数学所办公室

性理论的火红年代，实在可惜。

父亲在给严子谦教授编写《王柔怀传》¹²时提供的素材中写到：“这几十年确实非常用功，如果说成绩不大的话，只能算是命中限定。”

父亲所表达出来的遗憾和无奈，应该包括：由于当年的政治形势，不仅他率先完成的杰出工作在国际上不为人所知，还错过了沿此方向先于国外同行取得进一步重要成果的机会。1964年，《中国科学》杂志社已向父亲约好将三项重要的研究成果^{3, 4, 5}以英文的形式重新发表。这里要指出的是，虽然论文⁵是英文文章，但因为是以Notes的形式发表，受篇幅4页的限制，只包含半空间模型这个核心问题的证明。但社教运动很快升级为“文化大革命”的政治风暴，他已身不由己，根本无法完成这项工作，未能将这些一流的研究成果向国际数学界推介。

在“文化大革命”的十多年中，父亲被迫停止了在偏微分方程方面的理论探索，转而到工厂进行应用性研究，并做出了多项有参考价值的工作。例如，在首都钢铁公司所做的炼钢数学模型，为大庆油田做的电磁感应测井理论分析，以及为吉林油田做的油井压裂后的压力恢复曲线等等。

“文化大革命”一结束，年过半百的父亲马上回归到偏微分方程基础理论的研究中。他选择的研究方向是伪微分算子、傅里叶积分算子和Maslov渐近方法等。1980年，父亲通过十分简洁的论证，直接建立了在Maslov理论中起基本作用的Leray公式，并据此重建了Maslov-Arnold类¹³。随后父亲又与他的学生崔志勇教授合作，使用类似

于实情形下的Leray表述，澄清了关于复位相的傅里叶积分算子理论与Maslov方法¹⁴。Hörmander教授在其巨著《线性偏微分算子分析》（斯普林格出版社，1983）中引述了该研究成果（这是在他的书中唯一提到中国学者的工作）。与此同时，他与他的学生李成章教授关于伪微分算子之 L^p 有界性的文章¹⁵被认为是伪微分算子理论里少有的重要工作之一。两年前还有著名的法国巴黎第六大学的学生在博士论文中做其延伸工作（取自徐超江教授在“研讨会”发言）。

蒙日-安培（Monge-Ampere）方程是个具有几何和应用背景的偏微分方程，可以说是“完全非线性”偏微分方程的一个范例，对它的研究有重要理论和应用价值。已经年过六十的父亲带领学生在这一高难度、高技术的方向上开展了一系列深入研究。他和他

¹² 《王柔怀论文集》，长春：吉林大学出版社，2002年7月。

¹³ Wang Rouhuai, Another construction of Maslov-Arnold index, Proc. of 1980 Beijing Symposium of Differential Geometry and Differential Equations III (S. S. Chern and Wu Wen-tsun eds.). Beijing: Sci. Press, 1982, 1525-1542.

¹⁴ Wang Rouhuai and Cui Zhiyong, Generalized Leray formula on positive complex Lagrange-Grassmann manifolds, Chinese Ann. Math., 5B (1984), No. 2, 215-234.

¹⁵ Wang Rouhuai and Li Chengzhang, On the L^p boundedness of several classes of pseudo-differential operators, Chinese Ann. of Math., 5B (1984), No. 2, 193-213.