

# 采访阿贝尔奖得主皮埃尔·德利涅

Martin Raussen Christian Skau / 文 陆俊 欧阳顺湘 / 译

皮埃尔·德利涅 (Pierre Deligne), 1944 年生于布鲁塞尔, 比利时数学家。2013 年他获得阿贝尔奖, 为此接受采访。采访原文 Interview with Abel Laureate Pierre Deligne 发表于《欧洲数学会通讯》2013 年 9 月, <http://www.ems-ph.org/journals/newsletter/pdf/2013-09-89.pdf>。访谈录像可在阿贝尔奖官方网页观看: <http://www.abelprize.no/artikkel/vis.html?tid=58084>。译文中的注释为译者所加。译者最早见有李军的不完整汉译。感谢汤涛教授对此项翻译工作的热情支持!

## 阿贝尔奖

**Q:** 尊敬的德利涅教授, 首先我们要祝贺您获得第 11 届阿贝尔奖。荣获这一著名奖项不仅是巨大的荣誉, 也意味着六百万挪威克朗, 亦即约 1 百万美元的奖金。我们很想知道您将如何处置这笔钱……

**A:** 我觉得这笔钱并非真正属于我个人, 而是应该属于数学。我有责任精打细算地使用好这笔钱。虽然目前还没有详细计划, 但我打算把部分钱捐给曾对我起过重要作用的两个研究所: 巴黎的法国高等科学研究院 (Institut des Hautes Études Scientifiques, 简称 IHÉS) 以及普林斯顿的高等研究所 (Institute for Advanced Study, 简称 IAS)。

我也想捐一笔钱来支持俄罗斯的数学。首先要给高等经济学院 (Higher School of Economics, 简称 HSE) 的数学系。在我看来, 那是莫斯科最好的地方之一。尽管它要比莫斯科大学的力学数学系小很多, 却有更好的师生。学生人数很少: 每年只招十五个新生。但他们都是从最好的学生中挑出的。高等经济学院由经济学家创立。他们在艰难的环境下尽了最大努力。其数学系则是于五年前, 在莫斯科独立大学<sup>1</sup>的帮助下建立的。它给整个高等经济学院带来了声望。我认为可以在那里用一笔钱。



德利涅在阿贝尔奖颁奖典礼上发表演讲

我想捐助的另一个俄罗斯机构是由俄罗斯慈善家迪米特里·基闵 (Dmitry Zimin) 创立的王朝基金会 (Dynasty Foundation)。对他们而言, 这笔钱很可能不那么重要。但却是我对他们的工作表达敬意的一种方式。这是俄罗斯极少数的几个资助科学的基金会之一; 而且他们做得非常好。他们资助数学家、物理学家和生物学家; 特别是资助年轻人, 这在俄罗斯是至关重要的! 他们也出版科学普及图书。我想通过这种切实的方式来向他们表达我的敬意。

**Q:** 阿贝尔奖并非您所赢得的第一个数学方面的重要奖项。请允许我们提一下, 您在 35 年前获得菲尔兹奖, 此外有瑞典的克拉福德奖 (Crafoord

<sup>1</sup> Independent University of Moscow, 此校于 1991 年由弗拉基米尔·阿诺尔德和谢尔盖·诺维科夫等所创立。



德利涅与采访者（从左到右：德利涅、Martin Raussen、Christian Skau）

Prize)，意大利的巴尔扎恩奖（Balzan Prize）以及以色列的沃尔夫奖。作为一个数学家，赢得这些著名奖项对您来说有多重要？对数学界而言，这样的奖项存在有多重要？

**A:** 就我个人而言，我很高兴得知那些我所敬重的数学家对我的工作感兴趣。菲尔兹奖章很可能曾对我得到高等研究院的邀请有所帮助。尽管获奖提供了机遇，但它们并未改变我的生活。

我觉得奖项提供了一个向大众谈论数学的机会，这还是非常有用的。我发现特别好的一点是，阿贝尔奖能与其他活动联系起来，例如面向孩子们的竞赛以及针对高中教师的霍姆伯奖<sup>2</sup>。据我的经验，优秀的高中教师对于数学发展是极为重要的。我认为所有这些活动都很了不起。

## 青年时期

**Q:** 您生于1944年二战末期的布鲁塞尔。我们很想了解您最初的数学经历。家庭或学校，哪一方面对此影响更多一些？您还能记起一些您最初的数学经历吗？

**A:** 我很幸运，我的哥哥比我大七岁。当我看着温度计并注意到存在正数和负数时，他试着向我解释 $(-1)$ 乘以 $(-1)$ 等于1。这让我很吃惊。当他进入高中后，他又教我二次方程。他读大学时，给了我有关三次方程的一些笔记，上面有一个奇怪的求解公式。我感到非常有趣。

当我成为童子军时，我遇到了一个很好的机会。我有个朋友的父亲奈斯（Nijs）先生是一位高中教师。他在许多方面帮了我。特别是给了我第一本真正的数学书，即布尔巴基（Bourbaki）的《集合论》，这对一个小男孩来说并非是个好的选择。我那时才十四岁。我花了起码一年时间来啃这本书。我想我还听了其他一些这方面的报告。

能有机会按照自己的节奏去学数学的一个好处是，你可以重温过去几个世纪里的奇妙。我已经在别的地方读到了如何从整数出发来定义有理数以及实数。我记得在刚开始阅读布尔巴基的那本书时，很惊讶地发现整数居然能用集合论来定义，同时也很佩服人们竟然可以先定义何谓两个集合有“同等数目的元素”，并由此导出整数的概念。这家人的一个朋友也给了我一本关于复分析的书。见到复分析的内容如此不同于实分析的内容，也

是一件让人很吃惊的事：例如，一个复变函数只要可微，就必定是解析的（存在幂级数展开）等等。所有那些你在学校里可能觉得枯燥的东西都给了我极大的快乐。

此后这位老师，奈斯先生，把我介绍给了布鲁塞尔大学的雅克·蒂茨（Jacques Tits）教授。虽然我还在读高中，但是我已能够旁听他的一些课程以及讨论班。

**Q:** 听到您说您曾经在那个年纪就专研通常被认为很难的布尔巴基著作，很令人震惊。您能告诉我们一些有关您的正规学校教育的事吗？那是否让您感兴趣抑或让您厌烦？

**A:** 我有一个出色的初中老师。我觉得我在初中学到的要比高中中得多：比如如何阅读，如何写作，如何做算术以及其他很多东西。我记得这位老师是如何通过做一个数学实验来帮助我思考证明、曲面和长度这些概念的。那个问题是比较具有相同半径的半球面和圆盘的面积。为此，他用一根螺旋绳索覆盖住这两个曲面。半球面需要两倍长的绳索。这促使我进一步思考：为什么能用长度来测量一个表面积？如何证明半球面的表面积确实是圆盘面积的两倍？

<sup>2</sup> Holmboe Prize，以阿贝尔的数学老师与朋友 Bernt Michael Holmboe（1795-1850）的名字命名。

在我读高中的时候，我喜欢几何题。在那个年龄段，几何证明之所以有意思，是因为那些令人吃惊的结论总有不太难懂的证明。只要我们掌握了这些公理，我就能非常享受做这种练习题所带来的乐趣。我认为几何是中学阶段的数学中，“证明”在其中有意义的唯一内容。此外，写一个证明也是另一种极好的练习。这不仅涉及到数学。以我为例，为了论证一件事情为什么是正确的，你还得用正确的法语来写作。语言与数学的联系在几何中要比在代数等其他学科中有更强的联系。在代数里，你有一堆方程，其中逻辑与语言的作用并不是特别地明显。

**Q:** 在您年仅 16 岁时，就去听雅克·蒂茨的讲课。有件轶事说，在某一周，您因为参加学校的郊游而无法去听课……？

**A:** 是的，我是在那很久之后才听说的。当蒂茨来上课时，他问：德利涅在哪儿？有人向他解释说我去参加郊游去了，于是课程被推迟到下一周。

**Q:** 他肯定早已认定您是个才华横溢的学生。雅克·蒂茨也是诺贝尔奖获得者。他和约翰·汤普森 (John Thompson) 在五年前因为群论方面的重大发现荣获该奖。他一定是一位对您有影响的老师吧？

**A:** 对，特别是在早期。在教学上，最重要的可能是明白什么事情你不要去做。举个例子，蒂茨要解释群的中心

是一个不变子群。他开始了证明，然后停顿一下，一针见血地说：“不变子群是在所有内自同构下保持稳定的子群。我已经定义了中心。因此它在该情形的所有对称下保持稳定。因而它显然是不变的。”

对我而言，这是一种启发：对称思想的威力。蒂茨并不需要逐步写出证明，而是简单地阐明，对称可使结果变得显而易见，这一点对我影响很大。我极为注重对称，并且在我的几乎每一篇文章中都有基于对称的论证。

**Q:** 您还能记得蒂茨是如何发现您的数学才华吗？

**A:** 这我可说不了，不过我认为是奈斯先生请他对我多加关照。在那时，布鲁塞尔有三位真正活跃的数学家：除了蒂茨，还有弗兰兹·宾根 (Franz Bingen) 教授以及卢希恩·韦尔布罗克 (Lucien Waelbroeck) 教授。他们每年会组织一个不同主题的讨论班。我参加了这些讨论班，学习了不同的课题，譬如巴拿赫代数——这是韦尔布罗克的专长，以及代数几何。

然后他们觉得是我去巴黎的时候了。蒂茨把我介绍给了格罗滕迪克 (Alexander Grothendieck)，并且要我去参加他以及塞尔 (Jean-Pierre Serre) 的讲课。这是个很好的建议。

**Q:** 这对外人来说有点出乎意料。蒂茨作为数学家对您很感兴趣，人们可能会认为他应该出于自己的利益想方设法留住你才对。可他却没有这么做？

**A:** 他没有。他明白什么对我最有利，因而才会这么做。

## 代数几何

**Q:** 在继续谈论您在巴黎的职业生涯之前，或许我们应该先试着向观众解释一下您的课题，即什么是代数几何学。

今年较早些时候，当菲尔兹奖得主高尔斯 (W. Timothy Gowers) 在宣布诺贝尔奖的过程中，他在向听众解释您的研究课题的一开始，就坦言这对他而言是件困难的事情。很难通过展示图片来说明这门学科，也同样很难解释某些简单的应用。不过你能否试着给我们一点代数几

何是什么的概念吗？或许您能提一些将代数和几何彼此连接的明确问题。

**A:** 在数学里，两种不同的思维体系相遇时总是非常美妙的。笛卡尔曾写道：“几何学是基于不准确的图形而进行正确推理的艺术<sup>3</sup>。”这里“图形”一词用的是复数：要有多种观点并且要知道每一种是怎么错的，这一点非常重要。

在代数几何里面，你能够利用来自于代数的直觉（你可以在那儿摆弄方程）以及来自于几何的直观（你可以画图）。如果你画一个圆圈，并考虑方程  $x^2 + y^2 = 1$ ，那么你的脑海中就会出现不同的图像，你可以试着拿一个和其他的比一比。打个比方，轮子是个圆周，并且一个轮子在转；有趣的是你会看到代数中的类似物： $x$  和  $y$  的

<sup>3</sup> 英文为 Geometry is the art of correct reasoning on incorrect figures, 此引文通常被认为源自波利亚，见其 1945 的著作《如何解题》(How to Solve It?)

一个代数变换把  $x^2 + y^2 = 1$  的任何一个解映到另一解上。描述圆周的方程是二次的。这意味着和一条直线最多有两个交点。这也是你能在几何上看到的性质，不过方程给了更多的性质。比如，如果直线为有理方程且和圆  $x^2 + y^2 = 1$  的交点之一有有理坐标，那么另一交点也是有理坐标。

代数几何可以有算术上的应用。在你考虑多项式方程时，你可以在不同的数系中使用相同的表达式。比如，在定义了加法和乘法的有限集合上，这些方程会导出组合问题：你尝试着计算解的个数。但是你仍可以画同样的图，紧记着图形是错的这一新情形，并且在该情形中，你可以在考虑组合问题的同时，利用几何直观。

我从未真正在代数几何的中心工作过。我主要对所有有触及该领域的问题感兴趣。然而代数几何触及到了许多方面！只要一出现多项式，你就能试着从几何上去看它；比如与费曼积分相关的物理，或者你考虑一个多项式开根的积分。代数几何对于了解多项式方程的整数解也有帮助。你知道椭圆函数的老故事：为了解理解椭圆积分的性质，几何上的理解是十分关键的。

## 巴黎学徒

**Q:** 您在巴黎遇到了亚历山大·格罗滕迪克和让·皮埃尔·塞尔，您能给我们讲讲您对这两位数学家的第一印象吗？

**A:** 在1964年11月的布尔巴基讨论班上蒂茨将我引荐给格罗滕迪克。我真的吓了一跳。他是个留着光头、有点奇怪的高个男人。我们握了下手，但直到数月后我去巴黎参加他的讨论班之前都没有进一步的交流。

那真是一段不寻常的经历。他以自己的方式表现得非常坦率与和蔼。我记得我参加的第一次课。在课上，他数次使用表述“上同调对象”。我知道阿贝尔群的上同调是什么，但我不知道“上同调对象”的意思。在课后，我问他这个表述是什么意思。我想许多别的数学家可能会觉得假如你不知道这个答案，那就没有跟你谈的任何必要了。这完全不是他的反应。他极为耐心的告诉我，如果你有一个阿贝尔范畴中的长正合列<sup>4</sup>并考虑一个映射的核，用前一个映射的像商掉它，等等……我立刻意识到我曾在一个特例中了解过这些。他很能容忍无知的人。我觉得你最好不要就同一个愚蠢问题问他三遍，但两遍是可以的。

我完全不怕问愚蠢的问题，我将这一习惯保持到现在。听报告时，我通常都坐在听众席的前端。如果我有哪

**Q:** 代数几何是数学中的主要领域。您是否认为学代数几何需要比其他领域付出更多努力，起码对初学者是这样吧？

**A:** 我认为进入这个学科很艰难，因为你必须熟练掌握大量不同的工具。首先，上同调如今是不可或缺的。另一原因是，代数几何经历了几个阶段的发展，每个阶段都有其自己的语言。首先是意大利学派，它有点不严格，正如那句声名狼藉的话所说的：“在代数几何中，一个定理的反例是对其有用的补充。”接着扎里斯基（Oscar Zariski）和韦伊（André Weil）将其建立在更严格的基础之上。随后塞尔和格罗滕迪克赋予其一套极具威力的新语言。在这套概型语言中，你能表达更多东西；它既涵盖了算术上的应用也涵盖了更多几何方面的内容。但是理解这套语言的威力需要花很多时间。当然，你需要了解大量基本定理，但我不认为这是主要障碍。最大的困难是理解由格罗滕迪克所创的这套语言的威力以及它如何与我们通常的几何直观联系。

儿不懂了，我就会问问题，即使别人认为我应该知道答案。

我很幸运，格罗滕迪克要我整理他上一年的报告。他给了我他的笔记。我学到了很多，既包括笔记的内容也包括数学写作的方式……。这两者都很直接。写的时候你只在纸的一边写，留出空白以便他能作注释。但他也坚决要求你不能有错误的陈述。这是相当困难的。通常人们会图省事；比如不保持记号的一致性。这都无法通过他的检查。正确和精确是必须的。他说我的第一稿太短，没有充足的细节……不得不完全重写。这对我来说非常有好处。

塞尔有完全不同的风格。格罗滕迪克喜欢让事物达到简单自然的一般；得到一个整体性的理解。塞尔欣赏这一点，但他更喜欢漂亮的特例。他当时正在法兰西学院讲授椭圆曲线课程。在那儿，包括自守形式在内的许多不同的思想观点交织在一起。塞尔比格罗滕迪克有更为广博的数学知识面。在必要的时候，格罗滕迪克可能会亲自重新推导每件事，而塞尔可能会告诉人们去看这篇或那篇文献。格罗滕迪克读得相当少，他对古典的意大利派几何的接触基本上都来自于塞尔和迪厄多内（Jean Dieudonné）。我想

<sup>4</sup> 此处疑为口误。