人心不足蛇吞象

金 磊

海盗问题

8 个海盗得到了 100 枚金币，他们要分配这些金币（金币的最小单位为 1）。海盗按实力排序依次为老大、老二……老八，他们的分配方式很“民主”：由老大提出一种分配方案，然后所有人（包括老大）投票表决，如果赞成率（即赞成人数与总人数之比）$p>0.5$，则方案通过，按此方案分配；反之，即若 $p\leq 0.5$，则老大将受到“惩罚”，强盗的唯一惩罚方式就是扔进海里喂鲨鱼。把老大扔进海里喂鲨鱼后，由老二继续提方案、大家表决……，以此类推。假设所有的海盗都足够聪明（傻瓜不适合从事海盗这种高风险的“职业”），海盗也都极度贪婪自私，各自为政，不群不党，也就是说他们在保护性命的同时会想方设法占有尽可能多的金币，在不损害自己利益的情况下尽量害死别人，当然，“盗亦有道”，他们都是“死理性派”，还是严格遵守规则的。那么这些金币最终会如何分配呢？

此类问题最早见于 1999 年《科学美国人》刊登过的趣题“海盗分金”，国内也有不少研究，本问题为“变种”版。

思路分析

乍一看此题无从入手，按常识来猜测，要么老大必死、要么平均分配、要么按实力强弱等差分配等。而事实上，对于陌生的、条件繁多的难题，最常用也是最重要的方法就是——探索法，从简单情况做起！正如《老子》所说：道生一，一生二，二生三，三生万物。因此我们可以从最简单的情形去列举以帮助我们理解题意，找到突破口。我们按强盗人数 n 从少到多考虑（其实这正是数学归纳法的精髓：有序思考），不妨设 n 个强盗按实力强弱顺序为 1 号，2 号，3 号……n 号，则

若 $n=1$，无需分配。

若 $n=2$，则无论 1 号提什么方案，2 号都会反对，这样通过率 $p\leq 0.5$，则 1 号被喂鲨鱼，2 号获得所有金币。

若 $n=3$，由上面的分析，1 号知道：若自己死掉，则 2 号必死；从而 2 号为保命，必然赞成自己的任何方案。因此他可以放心地把金币全部据为己有。分配方案为(100, 0, 0)，投票结果为 1 号、2 号赞成，通过。

这样我们就找到了这个问题的解决思路，以此类推，应该即能解决多个海盗的问题。

若 $n=4$，同理，1 号知道：若自己死掉，则分配方案如上，从而当前的 3 号，4 号将一无所获，因此他只要给 3 号、4 号各一个金币，即可收买他们，分配方案为（98, 0, 1, 1），投票结果为得钱者赞同，通过！

若 $n=5$，1 号需用 1 个金币收买 3 号，用 2 个金币收买 4 号、5 号中的某一个即可。故有两种方案：（97, 0, 1, 2, 0）或者（97, 0, 1, 0, 2）。

若 $n=6$，若 1 号死掉，则对最后两人 5 号、6 号而言，他可能得不到，也可能得 2 个金币，

平均值（即数学期望）为 1。因此 1 号只需各用 1 枚金币即可收买到他们（俗话说“隔夜的金不如到手的铜”，在收益相同的情况下，理性的人总是尽量避免冒险）。然后 1 号再用 1 枚金币收买 3 号即可。最佳分配方案只有一种为（97, 0, 1, 0, 1, 1）。

若 $n=7$，类似的，1 号除了各用 1 枚金币收买 3、5 号外，还需要用 2 个金币收买 4、6、7 中的任一个。故有 3 种分配方案，分别为：

（96, 0, 1, 2, 1, 0, 0）或（96, 0, 1, 0, 1, 2, 0）或（96, 0, 1, 0, 1, 0, 2）。

若 $n=8$，同理 1 号只要各用 1 枚金币收买 3, 5, 7, 8 号即可，故只有一种方案（96, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1）。

上述结果列表如下，其中 $n>3$ 投票时分得金币者都会赞同方案。

n	分配方案	备注
1	（100）	
2	（0, 100）	1 号死掉
3	（100, 0, 0）	
4	（98,0, 1, 1）	
5	（97, 0, 1, 2, 0）或（97, 0, 1, 0, 2）	
6	（97, 0, 1, 0, 1, 1）	
7	（96, 0, 1, 2, 1, 0, 0）或（96, 0, 1, 0, 1, 2, 0）或（96, 0, 1, 0, 1, 0, 2）	
8	（96, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1）	

意外结局

至此，8 个海盗分赃完毕，但分配结果却让人大跌眼镜！尽管规则看起来很公平，甚至还有些对老大不利，可是老大在充分利用规则和每个个体都是“死理性派”的情况下，各个击破，不但有惊无险，而且攫取了几乎全部金币（96%）。但是我们仔细想来，这也基本符合现实。比如某些垄断企业在平等竞争的招牌下占据着行业的绝大多数利润；再比如一些人宁为鸡头、不为牛后，宁愿在一个小地方做“土皇帝”也不愿意到一个大地方受人管制，原因可能就在于山高皇帝远，当个“老大”还是非常“有利可图”的。

其次，在此种极其绝对的假设下，老二永远得不到任何利益，因为他一直觊觎老大的位置，而老大知道无法收买他，因此选择将其隔离开来，退而收买其余的海盗。故老二得到的利益还不如后面实力比他弱很多的海盗。现实中确也有类似的事情，一个组织的二把手往往被一把手隔离，处于一个“上不着天、下不着地”的尴尬境地。

最后，此道数学题也从另一个方面展示了“囚徒困境”：每个个体利益的最大化并不是集体利益的最大化！在一个集体中每个人都“绝对理性”的情况下，如果我们人人抱着“人不为己，天诛地灭”的自私自利心态，一些人往往可以利用我们的“理性”，利用规则，对我们各个击破，使得最后我们感觉自己得到了便宜而实际却吃了大亏，最终每个个体都利益最大化，集体利益却远远没有达到最大化。

问题延伸

当然，本题还有很多问题值得思考，例如若海盗人数 n 继续增加呢？类似于以上的分析，我们可以得到，$2<n<201$ 时

当 n 为偶数时，设 $n=2k$，只有一种分配方案：$(100-k, 0, 1, 0, 1\cdots, 0, 1, 0, 1, 1)$（其中 $100-k$ 后面有（$k-1$）个交错排列的 0，k 个 1）；