



生命的另一个奥秘

——浅谈生物数学与 斑图生成

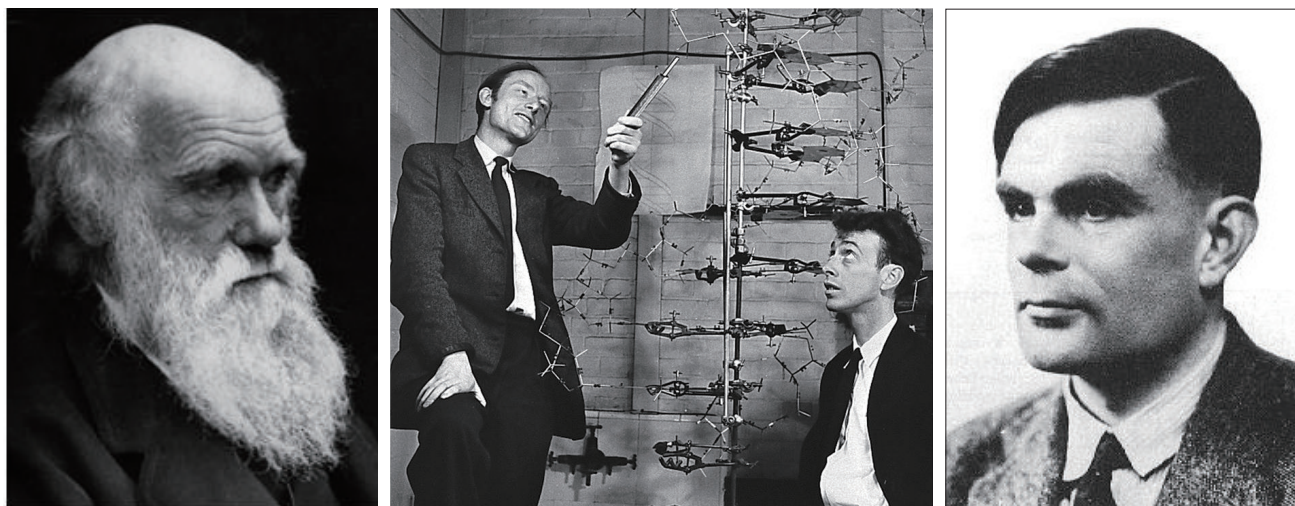
史峻平

生命是什么？生命从哪里来的？

这些问题从人类出现就开始是困惑的。历史上无数智者才子们都想解开这个千古难题，从而不知衍生了多少诗歌，神话和宗教。几乎每一个神话传说或者宗教都认为自然万物是由神创造的，而且每种生命被创造出来后形态特征和生理特点就一成不变。随着时代的发展，神创论的说法不断被新的理论所挑战，而最有力的挑战者就是英国的博物学家查尔斯·达尔文（Charles Robert Darwin, 1809-1882）。青年时代的达尔文跟随着英国的科学考察船“贝格尔号”军舰的环球考察遍游了南美，非洲和大洋洲。他爬山涉水，采集矿物和动植物标本，挖掘生物化石，发现了许多没有记载的

新物种。在考察过程中，达尔文也一直在思索着生命的奥秘，世间万物究意是怎么产生的？他们为什么会形态各异？他们彼此之间到底有什么联系？他从科学考察中发现的已灭绝生物的标本使他认识到物种不是一成不变的，而是随着客观条件的不同而相应变异。在1859年，他经过二十多年研究而写成的科学巨著《物种起源》终于出版了。在书中，他提出了物种是在不断的变化之中，是由低级到高级、由简单到复杂的演变过程。这一伟大著作标志着进化论在生物学中的正式确立。然而进化论也是历史上最有争议的理论，暂且不提所有教会的反对，即使在科学界反对的声音也不弱。这也可以理解，从科学的角度来讲，进化论是有许多采集到的化石可以论证，但是和物理科学的基本原理相比，它也只是一种虚设的理论，并没有任何实验室可以反复实验来验证。当然百多年来有些进化论的捍卫者视进化论为不容讨论的绝对真理，这其实和神创论一样缺乏科学的态度，而把这一问题上升到意识形态高度，就更是远离科学研究的初衷了。不管怎样，达尔文的理论是近代生物学历史上最关键的第一步。在达尔文的年代，他所不能回答的问题是，生物究竟是怎样真正演化形成的，他也不敢想象这一过程是否能有一天象工厂里的生产线一样设计出来，毕竟那个时代物理，化学等学科和现代工程学都还在萌芽阶段。生命的奥秘是什么？这个问题在达尔文时代还没有答案。

从进化论的诞生之日向前推移近一百年，在二十世纪中期，另一个生物学上的里程碑被树立了，那就是生物体中的DNA基因的发现。二十世纪的前五十年可以说是物理学的黄金时期，物理学的发展推动了整个科学



左图：查尔斯·达尔文；中图：詹姆斯·沃森和弗朗西斯·克里克；右图：阿兰·图灵

技术的前进，也潜移默化地促成了生物学的这一重大发现。1953年4月25日，年轻的美国哈佛大学科学家詹姆斯·沃森（James Watson, 1928-）和英国剑桥大学科学家弗朗西斯·克里克（Francis Crick, 1916-2004）在英国《自然》杂志发表题为“核酸的分子结构”的短文，正式提出DNA（脱氧核糖核酸）双螺旋结构模型。这一发现仅仅过了不到十年就获得了1962年诺贝尔生理医学奖，也被认为是二十世纪最重要的科学发现之一。在2003年，世界范围都有不同形式的活动纪念DNA发现五十周年（有兴趣的读者可到《自然》杂志网站下载这一历史性文章。）双螺旋发现五十周年纪念日前夕，多国合作的人类基因组序列图宣告提前绘成，人体DNA中三十亿个碱基的排列顺序，已经成为各国科学家免费取用的数据。DNA基因的发现无疑是人类历史上重要的一刻。

DNA基因究竟是不是生命的奥秘呢？可以说是，但又不完全是。这里让我们引用英国著名科普作家伊恩·斯图尔特（Ian Stewart）的书《生命的另一个奥秘》（Life's Other Secret）的解释吧：DNA是生命的第一个奥秘；在地球上每种生命体内，都有这种复杂的DNA分子密码，称为基因；这套密码宛如一部“生命之书”，指定了生命体内的形态，生长，发育及行为。但是基因也并非生命的全部奥秘，它并不象工程用的蓝图，而更像是菜谱上的烹饪方法；它会告诉我们要用哪些材料，用多少量，次序如何，但并不完全决定结果……菜谱和真正的美食还是不一样的。在生命诞生过程中，控制生命体成长，告诉生物如何应对遗传指令的，是物理及化学反应中的数学定律。数学如何控制生物体的生长，这就是生命的另一个奥秘！其实人类早就明白生物的成长会依赖

于自然环境中的物理和化学因素，中国古语中的“淮南桔，而淮北枳”已经就有这样的思想，然而使用数学来定量性地分析这样的现象，还是要等到二十世纪后半叶了。

那么生命成长发育的数学定律究竟是什么呢？准确说来目前还没有哪种模型或方程象牛顿力学可以被称为完全精确的数学定律，但是有一些数学模型或方程今天已经被许多生物学家和其他科学家认可。本文中主要介绍的就是描述生物成长发育的反应扩散方程组（Reaction-diffusion systems）。首先我们认为生物成长是一种复杂的化学反应过程，其中可能有几十上百甚至更多的化学物质参加反应。但是在生物体某一局部（象器官，组织，甚至细胞）的反应，可能主要就是少数几种化学成分起决定性作用。我们以两种化学物质参加反应为例。从微观角度来看，两种化学物质的分子都象小球一样在介质中穿梭游弋，而分子间如果碰撞就可能发生化学反应。物理学中分子的随机游弋被称为布朗运动（Brownian Motion），在数学中可以用扩散方程（热传导方程）来描述分子的分布密度函数。而分子间的化学反应则可以用一些反应函数来刻画。如果我们用 $u(x,t)$ 和 $v(x,t)$ 来代表两种化学物质的分布密度函数，这里 x 代表空间中的一个点， t 代表时间，那么相应的反应扩散方程组是

$$\begin{aligned} U_t &= D_u \Delta U + f(U, V), \\ V_t &= D_v \Delta V + g(U, V). \end{aligned}$$

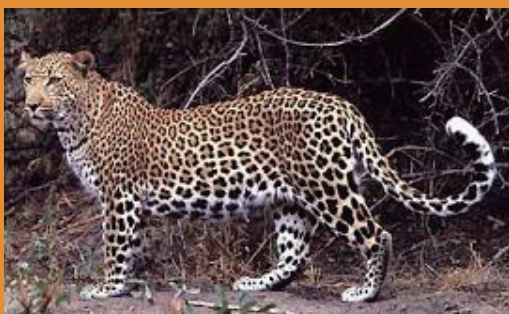
在方程中， D_u 和 D_v 分别是两种化学物质的扩散系数， $f(u,v)$ 和 $g(u,v)$ 是两个二元反应函数， Δ 是多元微积分中的拉普拉斯（Laplace）算子，即对于每个空间分量的二阶导数之和。由拉普拉斯算子作为数学表示的扩散



蛇的表皮图案一般是环形，而且横条居多，竖条较罕见

过程在自然科学各个分支都被认可为物质自由运动的方式，既可以是微观世界的分子运动，也可以是大的生物种群的迁徙漫游。热传导方程从十八、十九世纪就被欧拉，拉普拉斯，傅里叶等数学物理学先驱所研究，他们得到的数学结果和实际也很相符：热量（或者任何一种满足这一原理的物质）最终在一个与外界隔绝的空间中均匀分布。所以扩散一般被认为是一种光滑化，平均化的物理过程。这一现象甚至对于一种物质的反应扩散方程都对。然而在沃森和克里克发现 DNA 结构的前一年，1952 年，英国科学家阿兰·图灵 (Alan Turing, 1912-1954) 发表了一篇题为《生物形态的化学基础》(The Chemical Basis of Morphogenesis) 的论文。他提出了上述的反应扩散方程组作为生物形态的基本化学反应模型，并且指出这一方程组可以有非常数平衡解，也就是说两种化学物质最后的分布状态可以是非均匀的，这和热传导方程

及一种物质的反应扩散方程的解都大相径庭。图灵可以说是二十世纪科学史上最富传奇性的人物之一。尽管他 1952 年的论文今天被视为生物数学的奠基之作之一，这至多可以算得上他短暂科学生涯中第三大的贡献：第一应该算是他对理论计算机的研究，他是第一个提出利用某种机器实现逻辑代码的执行，以模拟人类的各种计算和逻辑思维过程的科学家。而这一点，成为了后人设计实用计算机的思路来源，成为了当今各种计算机设备的理论基石。今天世界计算机科学领域的最高荣誉就被称为“图灵奖”，相当于计算机科学界的诺贝尔奖；第二是他领导了英国政府破译二战德军 U- 潜艇密码的工作，为扭转二战盟军的大西洋战场战局立下汗马功劳。图灵在数学，逻辑学，神经网络和人工智能等领域也作出了很多贡献。在新旧世纪交替的 2000 年，美国《时代》杂志评选的二十世纪对人类发展最有影响的一百名人物中，图



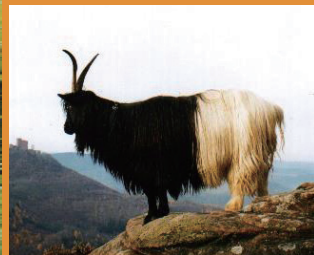
从上至下：东北虎；猎豹 (cheetah)；雪豹 (leopard)

灵和沃森 / 克里克都在仅有二十名的“科学家，思想家”栏中榜上有名。

图灵对于反应扩散方程组的想法基本是这样：如果方程有一个常数平衡解 (U, V) ，也就是代数方程组 $f(u, v)=0, g(u, v)=0$ 的解，而且这个解对于下面的常微分方程组 $u'=f(u, v), v'=g(u, v)$ 是稳定的；但是在加上扩散后这个解就变成不稳定的，那么我们称这个解具有扩散所诱导的不稳定性。因为扩散往往给物理系统带来光滑性，稳定性，所以这一想法乍一看可说是有违常理。但是图灵指出如果两个扩散系数相差很大时，这种现象是可能发生的，并且当常数解变不稳定后，也就间接说明依赖空间变量的非常数解的存在性——图灵认为这种非常数解恰好说明生物在生

长历程中为什么形态各异，而不是单一结构，甚至也隐含了细胞结构分裂，分化的物理化学过程。图灵的理论在当时恐怕比 DNA 的发现更为大大超前，以至于发表后的前二十年默默无闻，然而在二十世纪七十年代后成了非线性科学发展的重要动力之一。这里我们举一个图灵理论很有意思的应用：猎豹身上的斑点是怎样形成的，或者更广泛的来说，动物皮毛上的斑点和条纹是怎样形成的。这一理论的始创者是英国牛津大学和美国华盛顿州大学现在已经退休的生物数学家詹姆斯·默瑞 (James D. Murray)，他的宏著《数学生物学》在 2002/2003 年出了第三版洋洋洒洒的两册近 1400 页，是生物数学家亦或数学生物学家案头必备的著作。

动物园里最吸引小朋友和大朋友的就是身上皮毛色彩斑斓的斑马，老虎，金钱豹和熊猫了。为什么有些动物身上有斑点，有些有条纹，而有些就是单色呢？默瑞认为所有哺乳动物身上的斑图形态 (pattern) 是同一反应扩散机理造成的：在动物胚胎期，一种他称之为形态剂 (morphogen) 的化学物质随着反应扩散的动力系统在胚胎表面形成一定的空间形态分布，然后在随后的细胞分化中形态剂促成了黑色素 (Melanin) 的生成，而形态剂的不均匀分布也就造成了黑色素的空间形态。黑色素正是产生肤色或皮毛颜色的基本化学物质，今天大商场里备受女性青睐的各类美白护肤品的原理就是抑制人皮肤上黑色素的生成，而动物们没有福气使用这些产品所以身上只好斑斑点点啦。在这里反应扩散方程组是定义在一个稍扁的



左图：大熊猫；右上：伽罗威奶牛；右下：瓦莱山羊