



由克里斯托弗·诺兰编剧与导演的好莱坞大片《盗梦空间》2010年在全球热映，除了扣人心弦故事情节外，影片中充满众多数学元素，公理体系、不可能图形、分形几何等等，数不胜数。本文将剖析其包含的数学文化及其教学意义。

《盗梦空间》简介 >>>

《盗梦空间》又名《奠基》(Inception)，是由克里斯托弗·诺兰编剧与导演的，诺兰继《蝙蝠侠前传2：黑暗骑士》后再次给我们带来了惊喜，剧情扑朔迷离，悬念迭起，使观众游走于梦境与现实之间。多姆·科布是一个经验老道的窃贼，在人们精神最为脆弱的时候，他潜入别人梦中，窃取潜意识中有价值的信息和秘密。在他看来，人类思维所能产生的能量是不可限量的——人们靠思维就可以建造城市，可以穿越时空，回到过去重新制定社会的法则。人们甚至可以通过思维来进行犯罪。只可惜，面对如此宝贵的财富，大多数人不知道如何获取。而科布却恰巧拥有这样奇特的技能。他利用人们做梦的时候，从他们的潜意识里盗取秘密；因为往往人们在做梦的时候，精神防线是最脆弱的。科布把自己这种绝技称作“摄梦术”。

不过，虽然科布的特殊技能，令他在这个贪婪的世界中成为了一个成功的商业间谍，但他为此也付出了沉重的代价。科布成为企业间谍中令人垂涎的对象，也让他失去了所爱的人，并成为一名国际逃犯。如今，柯布接受了一项新任务，这是他一次救赎的机会，但是他要做的是潜意识犯罪中最不可能的境界：植入意念，要让一个大企业的继承人自愿解散公司。如果他们能够成功，这将会是一次史无前例的完美犯罪。但无论“盗梦小组”如何精心策划，这次任务过程中一直有一个神秘敌人如影随形，而这个神秘人只有柯布能够感应到其存在。因为犯罪现场存在于人的思想中，他找到了自己的伙伴，要制造出几乎不可能制造出的3层梦境，在不断躲避潜意识里的守护者的攻击中，他们有一些人进入了潜意识的边缘，看到了他潜意识里的妻子和孩子，他将会怎么选择？会留在那里和妻子在一起，还是会回到现实？无论答案是什么都让人揪心撕肺。

从公理体系到非欧几何 >>>

影片中柯布一直问：究竟什么是真实？这是一个哲学问题。转化成数学问题就如思考一个命题是否正

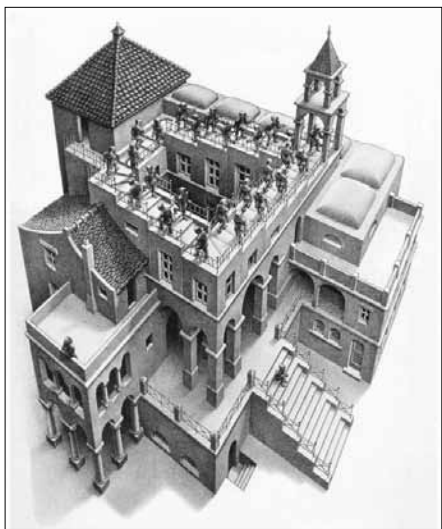


图1 升与降

确。当阐述一个命题正确的时候，我们的逻辑系统建立在几条公理之上，该命题可通过公理的推导得出，这便是我们所说的公理体系。只有接受公理的假设时，定理才是真的。问题在于公理本身往往也只是假设，真假是不可证明的。通常我们的逻辑认知都基于欧氏空间，而在一个弯曲的空间中，如果还用欧氏空间的逻辑进行思考，必定会产生悖论。在对欧氏几何平行公设的研究过程中，非欧几何诞生了。一维时，欧氏空间是直线，非欧空间可以是圆圈。二维时，欧氏空间是平面，非欧空间可以有多种。比如埃舍尔的“升与降”（如图1），其实就是数学中的麦比乌斯环面；而电影《盗梦空间》中整个巴黎街区上下对折的震撼场景，其实可以看成是一个球面。所以柯布真实的世界应是欧氏空间，而梦中的世界是非欧空间。如果我们为每一个空间都设置坐标系的话，欧氏空间的坐标系是直线，而非欧空间的坐标系会弯曲成一个圆。

在自然界，数学可以生动地推理出一些人们无论如何也无法想象的，或者在现实空间认为不可能的事实。柯布所展示的盒子世界，把巴黎折成了一个盒子，大地变成盒子的内表面，天空位于盒子的中心，世界变得像万花筒一样，其实就是球形的非欧空间。埃舍尔的“升与降”，指出了梦中悖论的存在。在那个空间的高度方向弯曲成了一个圆，这样楼梯的最高点和最低点具同一高度，所以才能连接上。在那样的空间中，依然有向上和向下的方向，但意义已不同，向上和向

下不代表高度的增减，而是指从两个不同的方向画圈^[1]。

《盗梦空间》中，造梦师设计迷宫的核心思想就是将敌人困在一个圈中。造梦师如果想把一个人困住，就要给他一种无限的错觉。其实我们也可以把人的思想描述成一种几何结构。迷宫般的逻辑结构是存在的，埃舍尔楼梯对应着逻辑上的循环悖论，最典型的便是“鸡生蛋，蛋生鸡”的例子，它们分开来看都是正确的，但是放在一起便出现了一个先有鸡还是先有蛋的问题。造梦师就利用非欧空间的弯曲性，将敌人永远地困在自己制作的梦境当中。

伽利略曾说：“我们生活在受精确的数学定律制约的宇宙中，而数学正是书写宇宙的文字。”数学是人类文化的重要力量，对人们的观念、精神、思维方式的养成起着重要的影响。特别是两千多年前古希腊文明的重大成果——欧几里得几何，作为其精髓的公理化方法，更是对人类理性思维的形成一直起着关键的作用。但欧氏几何研究的只是用圆规和直尺画出的图形，这样的图形是简单的或平滑的。受认识主、客体的限制，欧氏几何就具有很强的“人为”特征。这样，欧氏几何就只能是人们认识、把握客观世界的一种工具，而不是唯一的工具^[2]。

从分形世界到缩放时间 >>>

分形几何在《盗梦空间》中也得到了充分的应用。例如，阿里阿德妮把柯布带到某街区，关上门，变成两面对立的镜子。根据反射原理，两面镜子之中出现了数不清的人像。因为镜子可以在镜子中成像，于是就有了镜中镜……，随着镜子层数的加深，镜中像会越来越小，但即使是极小的一个像，经过放大，里面还是有镜中镜……，这种自相似性就是分形。

类似地，整部影片最让人难以理解的梦中梦，也有分形的逻辑特征。分形结构对应着无穷的递归逻辑。在分形理论中，分形是一种具有无限嵌套层次的结构，自相似是它最主要的特征。把分形分成大大小小的层次，各层次之间互相相似，并且都和整体相似。整体分成的部分之间不再是等同，而是相似，并且各个层次的部分都以不同的相似比存在于整体之中^[3]。分形几何目前广泛应用于日常生活和科学研究中，让学生学习分形几何的初步知识，将给学生带来一种全新的认识，帮助他们实现从欧氏几何领域向分形几何